3°/ a) $\overrightarrow{BA_\alpha}\begin{pmatrix}0\\ \cos\alpha\\ \cos\alpha\end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{BA_\alpha} = (\cos\alpha)\vec{j} + (\cos\alpha)\vec{k}$

et par suite $\overrightarrow{BA_\alpha} = \cos\alpha(\vec{j}+\vec{k}) = (\cos\alpha)\vec{e}$ où $\vec{e} = \vec{j}+\vec{k}$

b) $\overrightarrow{BA_\alpha} = (\cos\alpha)\vec{e}$ donc $\overrightarrow{BA_\alpha}$ et $\vec{e}$ sont colinéaires et par suite A_α varie sur la droite δ passant par B et de vecteur directeur $\vec{e}$.

Solution 5 :

1°/ Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\ -2\\ 1\end{pmatrix}$ un vecteur directeur de D. Soit $\vec{v}\begin{pmatrix}m\\ -2m\\ -1\end{pmatrix}$ un vecteur

directeur de D'. D et D' sont parallèles si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et par suite on a :

$$\begin{cases}-4m+2m=0\\ -2-m=0\\ 2+2m=0\end{cases} \text{ d'où } \begin{cases}m=0\\ m=-2\\ m=-1\end{cases} \text{ ce qui est impossible}$$

Conclusion : D et D' ne sont pas parallèles.

2°/ On a : D et D' ne sont pas parallèles. Pour que D et D' soient coplanaires il suffit que D et D' soient sécantes en un point I_m

$$\text{donc } \begin{cases}2\alpha+1=2+m\beta\\ -2\alpha-1=-1-2m\beta\\ \alpha+3=5-\beta\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2\alpha=1+m\beta & (1)\\ \alpha=m\beta & (2)\\ \alpha=2-\beta & (3)\end{cases}$$

(1) et (2) $\Rightarrow 2\alpha = 1+\alpha \Rightarrow \alpha = 1$

(3) $\Rightarrow \beta = 2-\alpha = 1$ et (2) $\Rightarrow \alpha = m\beta \Rightarrow 1 = m$

D et D' sont coplanaires si et seulement si $m = 1$.